

Osztatlan matematikatanár képzés zárószigorlat 2017-ben kezdőknek

Közép- és általános iskolai matematikatanár képzés, közös szakasz

1. Polinomgyűrűk

Test fölötti polinomgyűrű. Euklideszi osztás, legnagyobb közös osztó. A $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$ gyűrűk, irreducibilisfaktorizáció. Az algebra alaptétele. Parciális törtekre bontás. Algebrai egyenletek, diszkrimináns, rezultáns, többszörös gyök, harmad- és negyedfokú egyenletek. Többhatározatlanú polinomok, szimmetrikus és elemi szimmetrikus polinomok, a szimmetrikus polinomok alaptétele.

2. Számelmélet

Lineáris kongruenciák, lineáris diofantoszi egyenletek. Kvadratikus maradékok. Számelméleti függvények. Prímszámok és tulajdonságaik. Algebrai szám, algebrai egész szám. Az algebrai számok teste és az algebrai egészek gyűrűje. Algebrai számtestek. Fokszám, bázis, egészek gyűrűje, egységek csoportja. Másodfokú algebrai számtestek és előállításuk $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ alakban.

3. Lineáris algebra

Vektortér, bázis, dimenzió. Determinánsok és tulajdonságaik, kifejtési tétel. Mátrixműveletek, mátrixok inverze. Lineáris egyenletrendszerek, Cramer-szabály. Lineáris transzformációk, sajátértékek, sajátvektorok.

4. Határértékszámítás

Sorozatok határértéke, konvergencia kritériumok. Függvénysorozatok és függvény sorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Hatványsorok; a Cauchy–Hadamard-tétel. Elemi függvények. Egyváltozós függvények határértéke és folytonossága, átviteli elv, folytonos függvények tulajdonságai. Határértékszámítás L'Hospital-szabállyal.

5. Differenciálszámítás

Egyváltozós függvények differenciálhányadosa, differenciálási szabályok. Függvényvizsgálat (monotonitás, szélsőértékszámítás, konvexitás). Differenciálszámítás középértéktételei.

6. Integrálszámítás

Egyváltozós függvények határozatlan és határozott integrálja. Integrálási szabályok. Newton-Leibniz-formula. Lebesgue-kritérium. Improperious integrál

7. Elemi geometria

Abszolút geometria axiomatikus felépítése, alapvető fogalmainak bevezetése. Euklideszi párhuzamosság. Egybevágósági és hasonlósági transzformációk. Jordan mérték a síkon. Térfogatmérés.

8. Analitikus geometria

Szabadvektorok skaláris, vektoriális és vegyes szorzata. Koordinátagometria síkban és térben, egyenesek és síkok egyenletei, egyenletrendszerei. Az affin csoport és az izometriacsoport analitikus jellemzése. Másodrendű görbék és felületek.

9. Nemeuklideszi geometriák

Affin és projektív síkok. Perspektívák (centrális vetítések) és projektivitások. Kettősviszony. A Papposz-Stener tétel. Desargues és Papposz tételei. A hiperbolikus síkgeometria Cayley-Klein-modellje, a Poincaré-féle körmodell és félsíkmodell. Gömbi geometria.

10. Valószínűségszámítás

Eseményalgebra, valószínűség, feltételes valószínűség, függetlenség. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók eloszlásfüggvénye, várható értéke, szórásnégyzete. Nevezetes eloszlások.

Középiskolai matematikatanár képzés, önálló szakasz

11. Kombinatorika és gráfelmélet

Permutációk, variációk, kombinációk. Binomiális és polinomiális tétel. Műveletek permutációkkal. Szitaformula. Síkbarajzolható gráfok. Euler-féle poliéder tétel. Gráfok csúcsainak és éleinek színezése, kromatikus szám, kromatikus polinom, kromatikus index.

12. Számelmélet II

Racionális, irracionális és transzcendens számok. Lineáris rekurzív sorozatok, generátorfüggvény, a Fibonacci sorozat. Diofantikus approximáció. Lánctörtek. Pell egyenlet.

13. Algebra

Csoportok, részcsoportok, Lagrange-tétel, permutációcsoportok, Cayley-tétel. Direkt szorzat. Véges Abel csoportok alaptétele. Normálosztók, faktorcsoport. Homomorfizmus tétel. Oszthatósági fogalmak integritási tartományokban, euklideszi gyűrűk. Testbővítések, felbontási test. Geometriai szerkesztésekkel kapcsolatos problémák.

14. Többváltozós függvények differenciálszámítása

Differenciálhatóság és műveletek. Lagrange-féle középérték-egyenlőtlenség. Inverz- és implicitfüggvény tétel. A differenciálhatóság elegendő feltétele. Magasabbrendű deriváltak. Lokális szélsőérték és Fermat-elv; a szélsőérték másodrendű feltétele.

15. Többváltozós függvények integrálszámítása

Riemann-integrál fogalma; műveleti tulajdonságok, integrálhatósági kritériumok, egyenlőtlenségek és középérték-tételek Riemannintegrálra. Riemann-integrál és egyenletes konvergencia kapcsolata. Lebesgue tétele. Fubini-tétel. Jordan-mérték és tulajdonságai. Riemann-Stieltjes integrál és tulajdonságai. A parciális integrálás tétele. Görbementi integrál. Primitív függvény létezésének szükséges és elegendő feltételei.

16. Differenciálegyenletek

Elsőrendű differenciálegyenlet(rendszerek)re vonatkozó egzisztencia és unicitási tételek, a kezdeti értéktől való folytonos függés tétele. Elemi úton megoldható differenciálegyenletek, az $y'=f(x)$ alakú differenciálegyenletek, szeparábilis differenciálegyenletek, változóban homogén differenciálegyenletek, elsőrendű lineáris differenciálegyenletek, egzakt differenciálegyenletek, magasabbrendű lineáris differenciálegyenletek, konstanseggyütthetős differenciálegyenletek. Az átviteli elv.

17. Differenciálgeometria

Görbék, görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele. Felületek. Az érintősík. Mérés a felületen. Normálgörbület, főgörbületek, főirányok, szorzat- és összeggörbület. Görbe menti párhuzamos eltolás felületen. Az ívhossz variációs problémája. Geodetikusok. Konstans görbületű felületek.

18. Statisztika

Pontbecslések. A statisztika nevezetes eloszlásai. Egymintás paraméteres próbák. Khi-négyzet próbák. Két független mintás paraméteres próbák. Szórásanalízis. Egy és kétmintás nemparaméteres próbák. Kolmogorov-Szmirnov próbák. Többmintás homogenitásvizsgálat. Lineáris regresszió. Paraméterbecslések. Hipotézisvizsgálat. Szórásanalízis.

Általános iskolai matematikatanár képzés, önálló szakasz

19. Kombinatorika

Permutációk, variációk, kombinációk. Binomiális együtthatók tulajdonságai, binomiális tétel. Skatulyaelv, szitaformula. Gráfelméleti alapfogalmak. Euler-vonal, Hamilton-út és -kör. Fák, erdők, páros gráfok.

20. Algebra

Csoport definíciója, elem rendje. Részcsoporthok, Lagrange-tétel. Permutációcsoportok. Homomorfizmusok és izomorfizmusok, normálosztók és faktorcsoportok. Számelméleti fogalmak gyűrűkben. Testek és testbővítések. Geometriai szerkeszthetőség, egyenletek megoldhatósága gyökképlettel.

21. Fejezetek az analízisből

Folytonos függvények zérus-helyeinek közelítő meghatározása. Többváltozós függvények határértéke és folytonossága. Többváltozós függvények parciális deriváltjai, differenciálhatósága. Szélsőérték-számítás. Szukcesszív integrálás. Terület- és térfogatszámítás. Görbék és ívhosszuk. Elemi úton megoldható közönséges differenciálegyenletek: szeparábilis és lineáris egyenletek.